

Nom et Prénom : BASRI LAYLA

Date de soutenance : 12/06/2023

Directeur de Thèse : EL FATINI MOHAMED

Sujet de Thèse :

Existence et unicité des EDSs Doublements Stochastiques Rétrogrades & Systèmes Stochastiques de Type Lévy et Application

Résumé :

Le but de cette thèse est l'étude des équations différentielles doublements stochastiques rétrogrades généralisées et des équations différentielles doublements stochastiques rétrogrades réfléchies généralisées (En bref. EDD SRGs, EDD SRRGs) (resp. système des équations différentielles stochastiques (En bref. système d'EDSs) et EDS de Nicholson) et le problème d'arrêt optimal, initialement motivé par les études mathématiques et stochastiques des marchés financiers (resp. épidémiologie et démographie). Pour cette raison, il est important de commencer ce travail par quelques notions d'EDD SRG (resp. EDS), avant de présenter les principaux résultats, nous décrivons le contexte et la motivation de cette étude.

La thèse est divisée de deux parties, première partie concernant l'équation différentielle doublement stochastique rétrograde et deuxième partie présente systèmes stochastiques de type Lévy.

Le premier chapitre comprend un historique, des motivations et le cadre mathématique nécessaire pour comprendre et étudier EDD SRG (resp. EDD SRRG, EDS).

Le deuxième chapitre traite EDD SRG avec deux générateurs Lipschitz et une donnée terminale de carré intégrable. Et nous montrons l'existence, l'unicité de la solution et Théorème de comparaison. Puis, nous introduisons une nouvelle condition sur un générateur. Ensuite, nous prouvons l'existence et l'unicité d'une solution minimale.

Le troisième chapitre concerne une nouveau EDD SRRG avec générateurs Lipschitz et une donnée terminale de carré intégrable, c'est lui-même la barrière. Nous faisons même étude que chapitre deux, mais avec des outils différents.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude précise du problème d'arrêt optimale, qui nous permet de mettre en évidence, sous des hypothèses faibles, le défaut d'optimalité grâce à l'enveloppe de Snell.

Le cinquième chapitre présente effet de vaccination sur un modèle épidémique stochastique avec guérison et rechute « SIRH ». Nous montrons l'existence, l'unicité de la solution globale et la stabilité, c.-à-d. l'épidémie va disparaître ou persister selon certaines conditions sur le seuil stochastique d'extinction ou de persistance et la volatilité. De plus, nous prouvons qu'il existe une distribution stationnaire unique, si le seuil stochastique de persistance supérieur stricte à un.

Le sixième chapitre étudie un modèle SIRH avec sauts. Ce modèle généralise le précédent. Pour ce modèle, nous montrons un résultat plus fort que celui présenté dans le cinquième chapitre.

Le dernier chapitre est réservé à l'équation stochastique de Nicholson avec retard et bruit de type Lévy. Nous montrons sous certaines conditions sur le seuil stochastique, que la population disparaît ou persiste.

Abstract:

The objective of this thesis is the study of generalized backward stochastic doubling differential equations, generalized reflected backward stochastic doubling differential equations (In short, GBD SDEs, GRBD SDEs) (resp. system of stochastic differential equations (In short, system of SDEs) and SDE of Nicholson) and the optimal stopping problem, first motivated by the mathematical and probabilistic study of the financial market (resp. epidemiology and demography). This is why it seems important to me to begin this work with a few notions of GBD SDE (resp. SDE) in order to explain the context as well as the motivations of this work, before presenting the main results.

The thesis is divided into two parts, the first part concerns the backward doubly stochastic differential equation and the second part presents Lévy-type stochastic systems.

The first chapter includes a history, motivations and the mathematical framework necessary to understand and study GBD SDE (resp. GRBD SDE, SDE).

The second chapter deals with GBD SDE with two Lipschitz generators and an integrable square terminal datum. And we show the existence, uniqueness of the solution and comparison theorem. Then, we introduce a new condition on a generator. Then, we prove the existence and uniqueness of a minimal solution.

The third chapter concerns a new GRBD SDE with Lipschitz generators and an integrable square terminal data, it is itself the barrier. We are doing the same study as chapter two, but with different tools.

The fourth chapter is devoted to the precise study of the optimal stopping problem, which allows us to highlight, under weak assumptions, the lack of optimality thanks to the Snell envelope.

The fifth chapter presents the effect of vaccination on a stochastic epidemic model with healing and relapse "SIRH". We show existence, uniqueness of the global solution and stability, i.e. the epidemic will disappear or persist depending on certain conditions on the stochastic threshold of extinction or persistence and volatility. Moreover, we prove that there is a unique stationary distribution, if the stochastic persistence threshold is greater than one.

The sixth chapter studies an SIRH model with jumps. This model generalizes the previous one. For this model, we show a stronger result than the one presented in the fifth chapter.

The last chapter is reserved for the stochastic equation of Nicholson's of blowfly population with delay and Lévy noise. We show under certain conditions on the stochastic threshold, that the population disappears or persists.