ROYAUME DU MAROC
UNIVERSITE IBN TOFAIL
CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
KENITRA

مركز دراسات الدكتوراه
ⴰⵎⵎⴰⵙ ⵏ ⵜⵖⵓⵔⵉⵡⵉⵏ ⵏ ⵜⴷⴽⵜⵓⵔⴰ
CENTRE D'ETUDES DOCTORALES

المملكة المغربية
جامعة ابن طفيل
مركز دراسات الدكتوراه
القنيطرة

Nom et Prénom : SIAR NAJOUA
Date de soutenance : 26/03/2022
Directeur de Thèse : NOUISSER OTHEMAN

Sujet de Thèse :

Multivariate interpolation and differentiation on scattered data and applications

Résumé :

L'opérateur de Shepard multinœud est une combinaison d'interpolants polynomiaux locaux avec des fonctions de base distance inverse multinœud. Cet opérateur est introduit pour augmenter la précision polynomiale, l'ordre d'approximation et la précision de l'opérateur de Shepard classique. Dans ce but, il est nécessaire de surmonter les limites de la représentation des interpolants polynomiaux locaux comme des combinaisons linéaires de polynômes fondamentaux de Lagrange, qui sont écrits en général comme quotients de déterminants de Vandermonde (mauvaise précision, coût de calcul élevé, instabilité). De plus, il est nécessaire d'identifier une stratégie pour sélectionner des sous-ensembles de points unisolvents qui garantissent une bonne précision d'approximation des interpolants polynomiaux locaux. L'idée clé consiste à représenter ces polynômes dans la base monomiale de la formule de Taylor, commodément décalée et mise à l'échelle. La décomposition $PA = LU$ est ensuite utilisée pour résoudre les systèmes de Vandermonde associés afin de calculer les coefficients des polynômes d'interpolation dans cette base. Le choix de l'ensemble de points unisolvents qui minimise, dans un ensemble de nœuds dispersés proches, le conditionnement de la matrice de Vandermonde en norme 1, garantit à la fois une bonne précision et une bonne stabilité. De plus, cette "représentation de Taylor" permet d'introduire une formule de différenciation numérique ponctuelle basée sur les coefficients des interpolants polynomiaux locaux aux points de Leja discrets. La solvabilité des problèmes d'interpolation locale de Lagrange est garantie par la distribution uniforme des points dispersés. Cette représentation permet également d'utiliser l'opérateur de Shepard multinœud dans la résolution numérique du problème de Poisson avec des conditions de Dirichlet par collocation, améliorant ainsi la précision et la stabilité de la méthode de Kansa.

Absract :

L'operatore di Shepard multinodo è una combinazione di interpolanti polinomiali locali con funzioni base distanza inversa multinodo. Questo operatore è introdotto allo scopo di aumentare la precisione polinomiale, l'ordine di approssimazione e l'accuratezza dell'operatore di Shepard classico. A questo scopo è necessario superare i limiti della rappresentazione degli interpolanti polinomiali locali come combinazione lineare di polinomi fundamentali di Lagrange, in generale scritti come quozienti di determinanti di Vandermonde (bassa precisione, elevato costo computazionale, instabilità). Inoltre, è necessario individuare una strategia per la selezione di sottoinsiemi di punti unisolventi, che garantiscano una buona accuratezza di approssimazione dell'interpolante polinomiale locale. L'idea chiave consiste nel rappresentare questi polinomi nella base monomiale della formula di Taylor, convenientemente traslata e scalata. La decomposizione $PA = LU$ viene poi utilizzata per risolvere il sistema di Vandermonde associato, al fine del calcolo dei coefficienti del polinomio di interpolazione in quella base. La scelta dell'insieme di punti unisolventi che minimizza, in un insieme di nodi sparsi vicini, il condizionamento in norma 1 della matrice di Vandermonde, garantisce sia una buona accuratezza che stabilità. Questa "rappresentazione di Taylor" permette di introdurre una formula di differenziazione numerica puntuale basata sui coefficienti degli interpolanti polinomiali locali in punti di Leja discreti. La risolvibilità dei problemi di interpolazione di Lagrange locali è garantita dalla distribuzione uniforme dei punti sparsi. Questa rappresentazione permette inoltre l'utilizzo dell'operatore di Shepard multinodo nella soluzione numerica del problema di Poisson con condizioni di Dirichlet mediante collocazione, migliorando sia l'accuratezza che la stabilità del metodo di Kansa.