

Nom et Prénom : NUINO AHMED

Date de soutenance : 26/03/2022

Directeur de Thèse : KABBAJ SAMIR

Sujet de Thèse :

Stability and Hyperstability of some functional equation

Abstract :

Cette thèse vise à mettre la lumière sur certains aspects de la théorie de stabilité des équations fonctionnelles. Ceci se fera en étudiant la stabilité et l'hyperstabilité des équations fonctionnelles suivantes:

1) L'équation fonctionnelle standard de Drygas :

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) + 2f(y) + f(-y) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

dans un espace de 2-Banach.

2) L'équation fonctionnelle p-radical associée à l'équation de Drygas :

$$f(\sqrt[p]{x^p + y^p}) + f(\sqrt[p]{x^p - y^p}) = 2f(x) + f(y) + f(-y) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

3) L'équation fonctionnelle Sigma- Drygas :

$$f(x+y) + f(x+\sigma(y)) = 2f(x) + f(y) + f(\sigma(y)) \quad x, y \in G$$

où σ est une involution d'un semi-groupe $G = (G, +)$

4) L'équation fonctionnelle p-radical functional equation associée à l'équation fonctionnelle quartique :

$$f(\sqrt[p]{2x^p + y^p}) + f(\sqrt[p]{2x^p - y^p}) = 4f(\sqrt[p]{x^p + y^p}) + 4f(\sqrt[p]{x^p - y^p}) + 24f(x) - 6f(y) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

5) L'équation fonctionnelle de Cauchy-Jensen :

$$f\left(\frac{x+y}{2} + z\right) + f\left(\frac{x-y}{2} + z\right) = f(x) + 2f(z) \quad x, y, z \in X$$

pour tout $x, y, z \in X$ ou $f: X \rightarrow Y$ avec X est un espace normé et Y est un espace ultrametric 2-Banach .

6) L'équation fonctionnelle linéaire generale

$$\sum_{i=1}^N a_i f\left(\sum_{j=1}^L b_{ij} x_j\right) = 0$$

Au cours de ce travail, nous utiliserons plusieurs méthodes :

L'approche de la méthode du point fixe - La méthode directe - La méthode de Shadowing.

Mots clés : Equations fonctionnelles - Stabilité - Hyperstability - Théoremes des points fixes -equation fonctionnelle de Drygas.

Résumé :

In this thesis, we aim to shed light on some aspects of stability theory concerning the functional equations. This is done by studying the stability and hyperstability for the following functional equations:

1. Standard Drygas functional equation .

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) + 2f(y) + f(-y) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

In 2-Banach spaces.

2. p-radical functional equations related to Drygas equations.

$$f(\sqrt[p]{x^p + y^p}) + f(\sqrt[p]{x^p - y^p}) = 2f(x) + f(y) + f(-y) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

In ultrametric 2-Banach spaces.

3. Sigma-Drygas functional equation.

$$f(x+y) + f(x+\sigma(y)) = 2f(x) + f(y) + f(\sigma(y)) \quad x, y \in G$$

Where σ is an involution of an arbitrary semi group $G = (G, +)$

4. p-radical functional equation related to quartic equation

$$f(\sqrt[p]{2x^p + y^p}) + f(\sqrt[p]{2x^p - y^p}) = 4f(\sqrt[p]{x^p + y^p}) + 4f(\sqrt[p]{x^p - y^p}) + 24f(x) - 6f(y) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

5. Cauchy-Jensen functional equation.

$$f\left(\frac{x+y}{2} + z\right) + f\left(\frac{x-y}{2} + z\right) = f(x) + 2f(z) \quad x, y, z \in X$$

For all $x, y, z \in X$ where $f: X \rightarrow Y$ such X is a normed space and Y is an ultrametric 2-Banach space .

6. General functional equation of linear type.

$$\sum_{i=1}^N a_i f \left(\sum_{j=1}^L b_{ij} x_j \right) = 0$$

In metric groups.

We use several methods in our works :

- The fixed point approach.
- direct method.
- Shadowing method.

Key words: Functional equation-stability-Hyperstability-fixed point theorem-Drygas functional equation.