

Nom et Prénom : BOURZA MOHAMED

Date de soutenance : 30/12/2021

Directeur de Thèse : BENABDALLAH MOHSINE

Sujet de Thèse :

L'analyse des méthodes d'approximation numérique pour les EDS associées à des générateurs sous forme divergence à coefficients discontinus et pour les EDS généralisées

Résumé :

L'analyse numérique des équations différentielles stochastiques a été étudiée par de nombreux auteurs du côté théorique et d'application. Récemment, de nombreux schémas numériques ont été proposés et de nombreux résultats intéressants ont été découverts. Cette thèse est constituée de trois parties pouvant être lues indépendamment.

Dans la première partie, nous rappelons brièvement les principes de base du calcul stochastique et de la discrétisation des équations différentielles stochastiques. De plus, nous présentons le contexte général et les motivations de la deuxième et la troisième partie de cette thèse.

Dans la deuxième partie, nous proposons à la fois le schéma d'Euler/Euler-Maruyama et la simulation exacte afin d'étudier l'approximation des équations différentielles stochastiques homogènes et non homogènes faisant intervenir le temps local du processus solution, associées à des équations aux dérivées partielles unidimensionnelles avec opérateur sous forme divergence dont les coefficients sont discontinus.

Dans la troisième partie, nous proposons la procédure d'approximation de Carathéodory afin de prouver l'existence et l'unicité de la solution des équations différentielles stochastiques non homogènes faisant intervenir le temps local au point zéro et le processus du maximum passé, dans le cas des coefficients non-lipschitziens. De plus, nous établissons une vitesse de convergence explicite pour le cas des coefficients lipschitziens.

Mots clés: La solution approchée de Carathéodory; les méthodes de simulation exacte; le schéma d'Euler-Maruyama; les équations différentielles stochastiques; la vitesse de convergence; le temps local; le processus de maximum.

Abstract :

Numerical analysis for stochastic differential equations has been studied by many authors from both sides of the theory and application. Recently, many numerical schemes have been proposed and a lot of interesting results have been discovered. This thesis consists of three parts that can be read independently.

In the first part, we recall briefly the basic principle of stochastic calculus and the discretization of stochastic differential equations. Moreover we present the general context and motivations of both second and third part of this thesis.

In the second part, we propose both Euler/Euler-Maruyama scheme and exact simulation in order to study the approximation of one-dimensional time inhomogeneous and homogeneous stochastic differential equations involving the local time of the unknown process, whose the solution corresponds to divergence form operators with discontinuous coefficients.

In the third part, we propose Carathéodory approximation procedure to prove existence and uniqueness of a solution of generalised time-inhomogeneous perturbed stochastic differential equations with reflecting boundary, under non Lipschitz coefficients, moreover we establish an explicit rate of convergence in the case of Lipschitz coefficients.

Keywords: Carathéodory approximate solution; exact simulation methods; Euler-Maruyamascheme; stochastic differential equations; convergence rate; local time; maximum process.