

**Nom et Prénom : SAID MENNOU**

**Date de soutenance : 16/10/2021**

**Directeur de Thèse : KACHA ALI**

**Sujet de Thèse :**

**Approximation de certaines fonctions spéciales par les fractions continues réelles et matricielles**

**Résumé :**

Dans cette thèse, une représentation particulière des fonctions matricielles appelée "fraction continue matricielle" est étudiée. Les fonctions spéciales sont omniprésentes dans tous les domaines de la science. Les domaines d'application les plus connus sont la physique, l'ingénierie, la chimie, l'informatique et les statistiques. En raison de leur importance, plusieurs livres, et une grande collection d'articles ont été consacrés à ces fonctions.

Dans le présent travail, nous avons étudié les développements en fractions continues de certaines fonctions spéciales avec des arguments matriciels, afin de rendre son calcul pratique et efficace. Nous illustrons nos résultats théoriques obtenus par quelques applications numériques, qui mettent alors en évidence l'utilité et l'intérêt de cette Théorie.

On a aussi étudié l'approximation de l'opérateur symétrique d'entropie pour des matrices définies positives. Cet opérateur a de nombreuses applications notamment en thermodynamique, théorie de l'information et systèmes dynamiques.

Pour achever cette thèse, nous avons exprimé une représentation en fraction continue de la moyenne géométrique de trois matrices définies positives. En effet, nous avons mis en place un nouvel algorithme qui permet d'écrire une racine cubique d'un nombre réel positif sous forme d'une fraction continue. Une généralisation de cette structure au cas d'une matrice définie positive a été développée afin de donner une approximation de cette moyenne géométrique.

**Absract :**

In this thesis, a special representation of matrix functions called matrix continued fraction is studied. Special functions are pervasive in all fields of science. The most well-known application areas are in physics, engineering, chemistry, computer science and statistics. Because of their importance, several books and a large collection of papers have been devoted to these functions.

In the present work, we studied the continued fractions expansions of some special functions with matrix arguments, in order to make its computation practical and efficient. We illustrate our theoretical results obtained by some numerical applications, which then highlight the utility and interest of this Theory.

We have also studied the approximation of the symmetric entropy operator for positive definite matrices. This operator has many applications in particular in thermodynamics, information theory and dynamic systems. To complete this thesis, we have expressed a continued fraction representation of the geometric mean of three positive definite matrices. Indeed, we have implemented a new algorithm which allows to write a cubic root of a positive real number in the form of a continued fraction. A generalization of this structure to the case of a positive definite matrix has been developed in order to give an approximation of this geometric mean.