

Nom et Prénom : AZENNAR RADOUANE

Date de soutenance : 22/05/2021

Directeur de Thèse : D. MENTAGUI

Sujet de Thèse :

Numerical Approximations For Fractional Equations and Fixed Point Results For Multivalued Mapping and their applications

Résumé :

Nous présentons dans cette thèse des théorèmes de point fixe pour des contractions multivoques définies sur des espaces de Banach, et sur des espaces localement convexes ordonnés. Nous illustrons également les applications de ces résultats à la théorie des jeux. Nous présentons aussi dans cette thèse des théorèmes de point fixe pour des contractions univoque définies sur $\mathbb{R}$ en utilisant la notion de la dérivée fractionnaire conforme.

Cette thèse est composée de six articles qui sont présentés dans quatre chapitres. Dans le chapitre 2, nous établissons l'existence de solutions du problème de Minimax sur des espaces localement convexes ordonnés. Nos résultats s'appuient sur nos théorèmes de point fixe pour des contractions multivoques monotone. Dans le chapitre 3, nous établissons des résultats de point fixe pour des fonctions multivoques $s - \rho$ -contractive définies sur des espaces modulaire avec ρ est s -convexe sous la condition Δ_2 . Dans le chapitre 4, nous établissons des résultats de point fixe couple commun pour des fonctions multivoques au sens de la mesure de non-compactité définies sur des espaces de Banach ordonnés sous des conditions de type de monotonie mixte. Dans le chapitre 5, nous établissons une nouvelle notion de point fixe qu'on va l'appeler α -point fixe qui généralise la notion de point fixe classique, en utilisant la notion de la dérivée fractionnaire conforme et une nouvelle notion de contraction, Plus précisément, on généralise le principe de contraction de Banach sur $\mathbb{R}$ dont le dernier sera un cas particulier ($\alpha = 1$).

Théorème de point fixe de Banach :

Soit $(X, \|\cdot\|)$ un espace de Banach et $T : X \rightarrow X$ une application contractive, i.e. une application satisfait :

$$\|Tx - Ty\| \leq k\|x - y\|$$

avec $0 \leq k < 1$ une constante. Alors:

1. T a un unique point fixe $c \in X$,
2. les itérations $(x_n)_{n \geq 0}$ définie par $x_{n+1} = Tx_n, n = 0, 1, 2, \dots$ converge vers c , pour tout $x_0 \in X$.

MOTS-CLES: Point Fixe, Contraction, Mesure de non-Compacité, Fonction Multivoque, Problème de Minimax, α - Point Fixe

Abstract :

In this thesis, we present fixed point theorems for multivalued contractions defined on Banach space and on complete ordered locally convex space. We also illustrate the applications of these results to game theory. We present also in this thesis the fixed point theorems for multivalued contractions defined on $\mathbb{R}$ using the notion of the conformable fractional derivative.

This thesis is a collection of six research papers which are presented in four chapters. In Chapter 2, we establish the existence of solutions of Minimax problem on complete ordered locally convex space. Our results rely on our fixed point theorems for monotone condensing multivalued mappings. In Chapter 3, we establish fixed point results for the multivalued mappings in ordered Banach space under mixed monotonicity type conditions. In Chapter 4, we establish fixed point results for the multivalued mappings $s - \rho$ -contractive-type in modular space such that $s\rho$ is an s -convex modular satisfying the Δ_2 -condition. In Chapter 5, we establish a new notion of fixed point that we will call it α -fixed point which generalizes the notion of the classical fixed point. More precisely, we generalize the principle of Banach contraction on $\mathbb{R}$, the last of which will be a special case ($\alpha = 1$).

Banach's fixed point theorem :

Let $(X, \|\cdot\|)$ be a Banach space and $T : X \rightarrow X$ a contraction, i.e. a map satisfying

$$\|Tx - Ty\| \leq k\|x - y\|$$

where $0 \leq k < 1$ is constant. Then:

1. T has a unique fixed point $c \in X$,
2. The iteration $(x_n)_{n \geq 0}$ defined by $x_{n+1} = Tx_n, n = 0, 1, 2, \dots$ converges to c , for any $x_0 \in X$.

Keywords: Fixed point, Contraction, Measure Of non-Compactness, Multivalued Mappings, Minimax Problem, α -Fixed Point.