

Nom et Prénom : Mr AYOUB EL-GASMI

Date de soutenance : 18/12/2020

Directeur de Thèse : S. ASSERDA

Sujet de Thèse :

Le problème de Dirichlet associé aux équations complexes du type hessien

Résumé :

L'objet de cette thèse est l'étude du problème de Dirichlet associé aux équations complexes du type hessien sur un domaine m -hyperconvexe borné de \mathbb{C}^n et sur une variété kählérienne compacte. Dans le premier chapitre, on énonce quelques résultats connus en théorie du pluri-potentiel. Puis on introduit une nouvelle classe $\mathcal{N}_m(\Omega, f)$, de fonctions m -sousharmoniques sur un domaine borné m -hyperconvexe de \mathbb{C}^n dont la plus petite majorante maximale est une fonction m -sousharmonique f fixée à l'avance. Dans le deuxième chapitre on résout le problème de Dirichlet associé à l'équation hessienne complexe dans la classe $\mathcal{N}_m(\Omega, f)$ avec second membre une mesure de Radon positive qui peut charger les parties m -polaires de Ω . Le troisième chapitre est consacré à l'étude du problème de Dirichlet associé à l'équation complexe du type hessien avec second membre de la forme $F(\cdot, \cdot)d\mu$, où μ est une mesure de Radon qui peut charger les parties m -polaires de Ω et la densité F satisfait quelques conditions de régularité naturelles. On obtient une solution dans la classe $\mathcal{N}_m(\Omega, f)$. Dans le dernier chapitre on considère le problème de Dirichlet associé à l'équation complexe de type hessien sur une variété kählérienne compacte X avec second membre de la forme $F(\cdot, \cdot)d\mu$, où μ est une mesure de Radon qui ne charge pas les parties m -polaires de X et la densité F satisfait quelques conditions de régularité naturelles. On obtient une solution unique, à une constante près, dans une nouvelle classe de fonctions avec singularité prescrite récemment introduite par Chinh Lu et Van Dong Nguyen.

Abstract :

The object of this thesis is the study of the Dirichlet problem associated with complex Hessian-type equations over a bounded m -hyperconvex domain of \mathbb{C}^n and over a compact Kähler manifold. In the first chapter, we state some known results about pluri-potential theory. Then we introduce a new class $\mathcal{N}_m(\Omega, f)$, of m -subharmonic functions on a bounded m -hyperconvex domain Ω of \mathbb{C}^n whose smallest maximal majorant is an m -subharmonic function f fixed in advance. In the second chapter we solve the Dirichlet problem associated with the complex Hessian equation in the class $\mathcal{N}_m(\Omega, f)$ with second member is a positive Radon measure which can charge m -polar sets of Ω . The third chapter is devoted to the study of the Dirichlet problem associated with the complex Hessian-type equation with second member is of the form $F(\cdot, \cdot)d\mu$, where μ is a Radon measure which can charge the parts m -polar sets of Ω and the density F satisfies some natural regularity conditions. We obtain a solution in the class $\mathcal{N}_m(\Omega, f)$. In the last chapter we consider the Dirichlet problem associated with the complex Hessian-type equation on a compact Kähler manifold X with second member of the form $F(\cdot, \cdot)d\mu$, where μ is a Radon measure which does not charge the m -polar sets of X and the density F satisfy some natural regularity conditions. We obtain a unique solution, up to a constant, in a new class of functions with prescribed singularity recently introduced by Chinh Lu and Van Dong Nguyen.